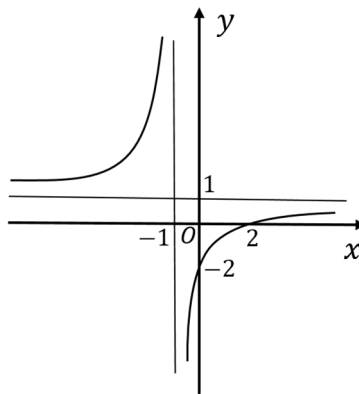


BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THI THAM KHẢO TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023

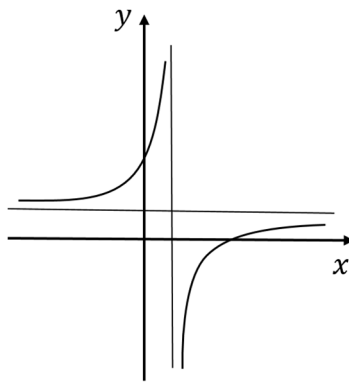
Môn: Toán

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

- Câu 1.** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 7 - 6i$ có tọa độ là
A. $(-6; 7)$. B. $(6; 7)$. C. $(7; 6)$. D. $(7; -6)$.
- Câu 2.** Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là
A. $y' = \frac{1}{x}$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. C. $y' = \frac{\ln 3}{x}$. D. $y' = -\frac{1}{x \ln 3}$.
- Câu 3.** Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^\pi$ là
A. $y' = \pi x^{\pi-1}$. B. $y' = x^{\pi-1}$. C. $y' = \frac{1}{\pi} x^{\pi-1}$. D. $y' = \pi x^\pi$.
- Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} < 4$ là
A. $(-\infty; 1]$. B. $(1; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.
- Câu 5.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Giá trị của u_3 bằng
A. 3. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{7}{2}$.
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là
A. $\vec{n}_1 = (-1; 1; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 1; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$. D. $\vec{n}_2 = (1; -1; 1)$.
- Câu 7.** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



- A. $(0; -2)$. B. $(2; 0)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2)$.
- Câu 8.** Nếu $\int_{-1}^4 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^4 g(x) dx = 3$ thì $\int_{-1}^4 [f(x) + g(x)] dx$ bằng
A. 5. B. 6. C. 1 D. -1.
- Câu 9.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên



- A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. B. $y = \frac{x-3}{x-1}$. C. $y = x^2 - 4x + 1$. D. $y = x^3 - 3x - 5$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 1 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-1; -2; -3)$ B. $(2; 4; 6)$ C. $(-2; -4; -6)$ D. $(1; 2; 3)$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

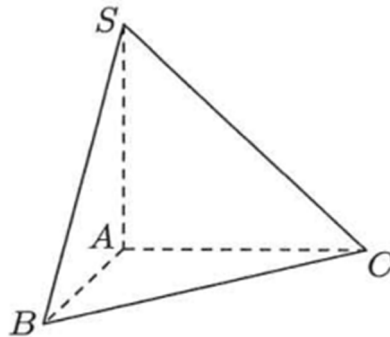
Câu 12. Cho số phức $z = 2 + 9i$, phần thực của số phức z^2 bằng

- A. -77 B. 4 C. 36 D. 85

Câu 13. Cho khối lập phương có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. 6. B. 8. C. $\frac{8}{3}$. D. 4.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2$; SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 12. B. 2. C. 6. D. 4.

Câu 15. Cho mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $d < R$. B. $d > R$. C. $d = R$. D. $d = 0$.

Câu 16. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. -3 . B. -2 . C. 2. D. 3.

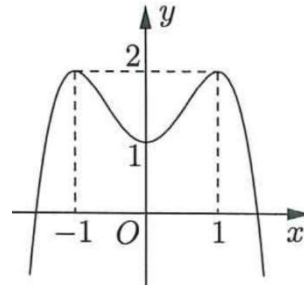
Câu 17. Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\pi rl$. B. $\frac{2}{3}\pi rl^2$. C. πrl . D. $\frac{1}{3}\pi r^2 l$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $P(1;2;3)$. B. $Q(1;2;-3)$. C. $N(2;1;2)$. D. $M(2;-1;-2)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



- A. $(-1;2)$. B. $(0;1)$. C. $(1;2)$. D. $(1;0)$.

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = \frac{1}{3}$ B. $y = -\frac{2}{3}$ C. $y = -\frac{1}{3}$ D. $y = \frac{2}{3}$

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-2) > 0$ là

- A. $(2;3)$ B. $(-\infty;3)$ C. $(3;+\infty)$ D. $(12;+\infty)$

Câu 22. Cho tập hợp A có 15 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng

- A. 225 B. 30 C. 210 D. 105

Câu 23. Cho $\int \frac{1}{x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = \frac{2}{x^2}$. B. $F'(x) = \ln x$. C. $F'(x) = \frac{1}{x}$. D. $F'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Câu 24. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2} f(x) - 2 \right] dx$ bằng

- A. 0. B. 6. C. 8. D. -2.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \cos x + x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = \sin x + x^2 + C$.
C. $\int f(x) dx = -\sin x + \frac{x^2}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = \sin x + \frac{x^2}{2} + C$.

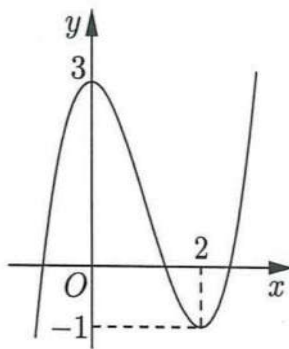
Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		2		0		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;2)$. B. $(3;+\infty)$. C. $(-\infty;1)$. D. $(1;3)$.

Câu 27. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

- A. -1 . B. 3 . C. 2 . D. 0 .

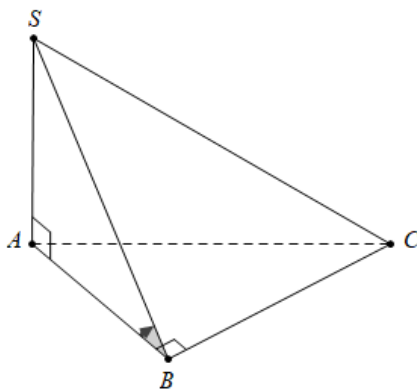
Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a) - \ln(2a)$ bằng:

- A. $\ln a$. B. $\ln \frac{2}{3}$. C. $\ln(6a^2)$. D. $\ln \frac{3}{2}$.

Câu 29. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = -x^2 + 2x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

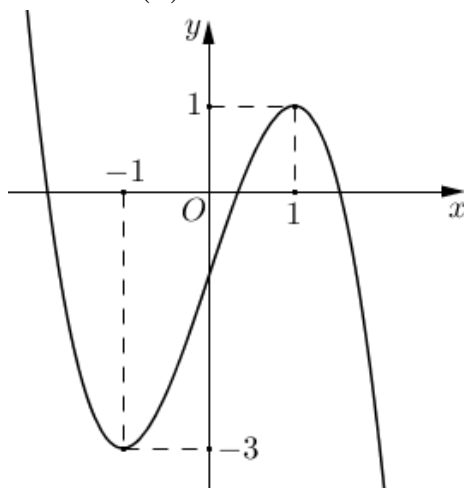
- A. $V = \frac{16}{15}$. B. $V = \frac{16\pi}{9}$. C. $V = \frac{16}{9}$. D. $V = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với đáy và $SA = AB$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 31. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



- A. 2 . B. 5 . C. 3 . D. 4 .

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2(1-x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1;2)$. B. $(1;+\infty)$. C. $(2;+\infty)$. D. $(-\infty;1)$.

Câu 33. Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 6 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6 và 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số chẵn bằng

- A. $\frac{9}{35}$. B. $\frac{18}{35}$. C. $\frac{4}{35}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 34. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\ln^2 x + 2\ln x - 3 = 0$ bằng

- A. $\frac{1}{e^3}$. B. -2 . C. -3 . D. $\frac{1}{e^2}$.

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+2i|=1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- A. $(0;2)$. B. $(-2;0)$. C. $(0;-2)$. D. $(2;0)$.

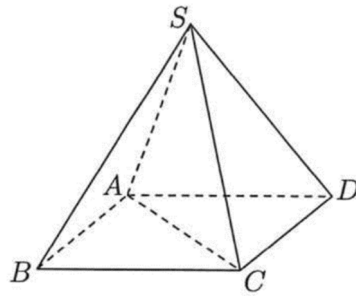
Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;-1)$ và $N(5;5;1)$. Đường thẳng MN có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x=5+2t \\ y=5+3t \\ z=-1+t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=5+t \\ y=5+2t \\ z=1+3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=-1+3t \end{cases}$

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(1;-2;3)$. B. $(1;2;-3)$. C. $(-1;-2;-3)$. D. $(-1;2;3)$.

Câu 38. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a , $AC=2a$ (tham khảo hình bên). Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. B. $\sqrt{2}a$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 \frac{x^2-16}{343} < \log_7 \frac{x^2-16}{27}$?

- A. 193. B. 92. C. 186. D. 184.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)+G(4)=4$ và $F(0)+G(0)=1$. Khi đó $\int_0^2 f(2x)dx$ bằng

- A. 3. B. $\frac{3}{4}$. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

- Câu 41.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 6x^2 + mx$ có ba điểm cực trị?
A. 17. **B.** 15. **C.** 3. **D.** 7.
- Câu 42.** Xét các số phức z thỏa mãn $|z^2 - 3 - 4i| = 2|z|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của $M^2 + m^2$ bằng
A. 28. **B.** $18 + 4\sqrt{6}$. **C.** 14. **D.** $11 + 4\sqrt{6}$.
- Câu 43.** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
A. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.
- Câu 44.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + xf'(x) = 4x^3 + 4x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ bằng
A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.
- Câu 45.** Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = 2$?
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và chứa d . Khoảng cách từ điểm $M(5;-1;3)$ đến (P) bằng
A. 5. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{11}{3}$.
- Câu 47.** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn
 $\log_3(x^2 + y^2 + x) + \log_2(x^2 + y^2) \leq \log_3 x + \log_2(x^2 + y^2 + 24x)$?
A. 89. **B.** 48. **C.** 90. **D.** 49.
- Câu 48.** Cho khối nón có đỉnh S , chiều cao bằng 8 và thể tích bằng $\frac{800\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 12$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng
A. $8\sqrt{2}$. **B.** $\frac{24}{5}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $\frac{5}{24}$.
- Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;10), B(3;4;6)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho tam giác OAM không có góc tù và có diện tích bằng 15. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?
A. $(4;5)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(6;7)$.
- Câu 50.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-10; +\infty)$ để hàm số $y = |x^3 + (a+2)x + 9 - a^2|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?
A. 12. **B.** 11. **C.** 6. **D.** 5.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.D	5.B	6.C	7.B	8.A	9.B	10.D
11.D	12.A	13.B	14.B	15.C	16.A	17.C	18.B	19.B	20.D
21.C	22.D	23.C	24.D	25.D	26.D	27.B	28.D	29.D	30.D
31.C	32.D	33.A	34.D	35.C	36.C	37.A	38.C	39.D	40.B
41.B	42.C	43.B	44.C	45.C	46.C	47.B	48.C	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 7 - 6i$ có tọa độ là
A. $(-6; 7)$. **B.** $(6; 7)$. **C.** $(7; 6)$. **D.** $(7; -6)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có điểm biểu diễn số phức $z = 7 - 6i$ có tọa độ là $(7; -6)$.

- Câu 2:** Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là
A. $y' = \frac{1}{x}$. **B.** $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. **C.** $y' = \frac{\ln 3}{x}$. **D.** $y' = -\frac{1}{x \ln 3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = (\log_3 x)' = \frac{1}{x \ln 3}$.

- Câu 3:** Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^\pi$ là
A. $y' = \pi x^{\pi-1}$. **B.** $y' = x^{\pi-1}$. **C.** $y' = \frac{1}{\pi} x^{\pi-1}$. **D.** $y' = \pi x^\pi$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (x^\pi)' = \pi x^{\pi-1}$.

- Câu 4:** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} < 4$ là
A. $(-\infty; 1]$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $[1; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{x+1} < 4 \Leftrightarrow 2^{x+1} < 2^2 \Leftrightarrow x+1 < 2 \Leftrightarrow x < 1$.

Vậy tập của bất phương trình là $(-\infty; 1)$.

- Câu 5:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Giá trị của u_3 bằng
A. 3. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

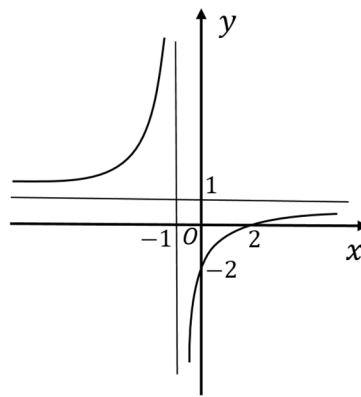
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là
A. $\vec{n}_1 = (-1; 1; 1)$. **B.** $\vec{n}_4 = (1; 1; -1)$. **C.** $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$. **D.** $\vec{n}_2 = (1; -1; 1)$.

Lời giải

Chọn C

$(P): x + y + z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$.

- Câu 7:** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



- A.** $(0; -2)$. **B.** $(2; 0)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(2; 0)$.

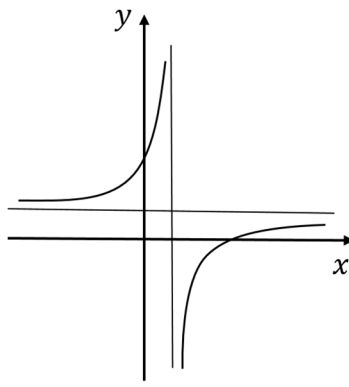
- Câu 8:** Nếu $\int_{-1}^4 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^4 g(x) dx = 3$ thì $\int_{-1}^4 [f(x) + g(x)] dx$ bằng
A. 5. **B.** 6. **C.** 1 **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_{-1}^4 [f(x) + g(x)] dx = \int_{-1}^4 f(x) dx + \int_{-1}^4 g(x) dx = 2 + 3 = 5.$$

- Câu 9:** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên



A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

B. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

C. $y = x^2 - 4x + 1$.

D. $y = x^3 - 3x - 5$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị đã cho thuộc dạng đồ thị hàm phân thức hữu tỷ bậc nhất nên dễ dàng loại 3 đáp án A, C, D (hàm đa thức).

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 1 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1; -2; -3)$

B. $(2; 4; 6)$

C. $(-2; -4; -6)$

D. $(1; 2; 3)$

Lời giải

Chọn D

Điểm $I(1; 2; 3)$ là tâm của mặt cầu (S) .

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Lời giải

Chọn D

Ta có vectơ pháp tuyến của (Oxy) và (Oyz) lần lượt là $\vec{k}$ và $\vec{i}$.

Vì $\vec{k} \perp \vec{i}$ nên $\left(\overline{(Oxy); (Oyz)} \right) = 90^\circ$.

Câu 12: Cho số phức $z = 2 + 9i$, phần thực của số phức z^2 bằng

A. -77

B. 4

C. 36

D. 85

Lời giải

Chọn A

$$z = 2 + 9i \Rightarrow z^2 = (2 + 9i)^2 = -77 + 36i.$$

Vậy phần thực của số phức z^2 bằng -77 .

Câu 13: Cho khối lập phương có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 6 .

B. 8 .

C. $\frac{8}{3}$.

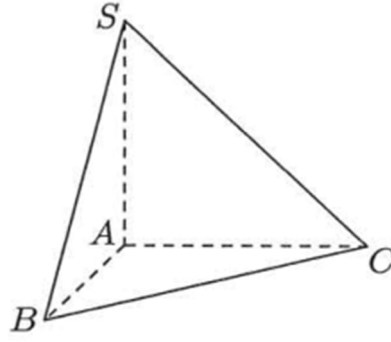
D. 4 .

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương có cạnh bằng a là $V = a^3 = 2^3 = 8$.

Câu 14: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB=2$; SA vuông góc với đáy và $SA=3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 12. B. 2. C. 6. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đã cho $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.AC.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.2.2.3 = 2$.

Câu 15: Cho mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $d < R$. B. $d > R$. C. $d = R$. D. $d = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$ khi và chỉ khi $d = R$.

Câu 16: Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. -3 . B. -2 . C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết.

Câu 17: Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\pi rl$. B. $\frac{2}{3}\pi rl^2$. C. πrl . D. $\frac{1}{3}\pi r^2 l$.

Lời giải

Chọn C

Hình nón có đường kính đáy $2r$ nên nó có bán kính đáy bằng r . Vậy diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng πrl .

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

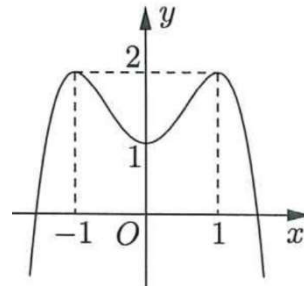
- A. $P(1;2;3)$. B. $Q(1;2;-3)$. C. $N(2;1;2)$. D. $M(2;-1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Lần lượt thay tọa độ của 4 điểm đã cho vào phương trình đường thẳng d , ta thấy tọa độ của điểm $Q(1;2;-3)$ thỏa mãn. Vậy điểm $Q(1;2;-3)$ thuộc đường thẳng d .

Câu 19: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(-1;2)$.

B. $(0;1)$.

C. $(1;2)$.

D. $(1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị, ta có bảng biến thiên của hàm số đã cho như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có điểm cực tiểu là $(0;1)$.

Câu 20: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = \frac{1}{3}$

B. $y = -\frac{2}{3}$

C. $y = -\frac{1}{3}$

D. $y = \frac{2}{3}$

Lời giải

Chọn D

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3x-1}$ có phương trình $y = \frac{2}{3}$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-2) > 0$ là

A. $(2;3)$

B. $(-\infty;3)$

C. $(3;+\infty)$

D. $(12;+\infty)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log(x-2) > 0 \Leftrightarrow x-2 > 10^0 \Leftrightarrow x > 3$.

Câu 22: Cho tập hợp A có 15 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng

A. 225

B. 30

C. 210

D. 105

Lời giải

Chọn D

Số tập hợp con của A là $C_{15}^2 = 105$.

Câu 23: Cho $\int \frac{1}{x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \frac{2}{x^2}$.

B. $F'(x) = \ln x$.

C. $F'(x) = \frac{1}{x}$.

D. $F'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $[F(x)]' = \left(\int \frac{1}{x} dx\right)' = \frac{1}{x}$.

Câu 24: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) - 2\right] dx$ bằng

A. 0.

B. 6.

C. 8.

D. -2.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) - 2\right] dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 2 dx = \frac{1}{2} \cdot 4 - 4 = -2.$$

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \cos x + x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$.

B. $\int f(x) dx = \sin x + x^2 + C$.

C. $\int f(x) dx = -\sin x + \frac{x^2}{2} + C$.

D. $\int f(x) dx = \sin x + \frac{x^2}{2} + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x) dx = \int [\cos x + x] dx = \sin x + \frac{x^2}{2} + C.$$

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(1; 3)$.

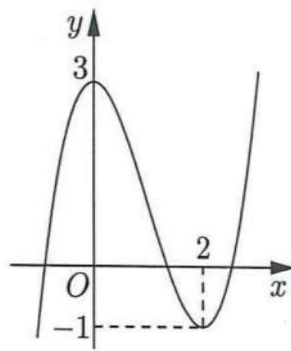
Lời giải

Chọn D

Ta có $x \in (1; 3)$ thì $f'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

Chọn D

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

A. -1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có giá trị cực đại của hàm số là 3.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a) - \ln(2a)$ bằng:

A. $\ln a$.

B. $\ln \frac{2}{3}$.

C. $\ln(6a^2)$.

D. $\ln \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\ln(3a) - \ln(2a) = \ln \frac{3a}{2a} = \ln \frac{3}{2}$.

Câu 29: Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = -x^2 + 2x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

A. $V = \frac{16}{15}$.

B. $V = \frac{16\pi}{9}$.

C. $V = \frac{16}{9}$.

D. $V = \frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

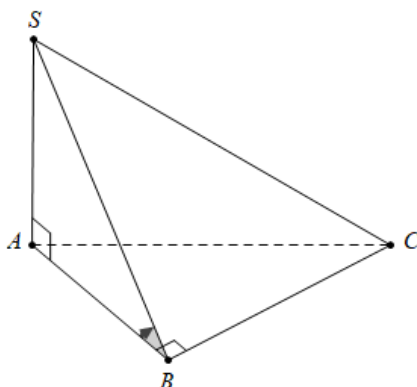
Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đường $y = -x^2 + 2x$ và đường $y = 0$ là

$$-x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Thể tích là } V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + 4 \cdot \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{15}.$$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với đáy và $SA = AB$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



A. 60° .

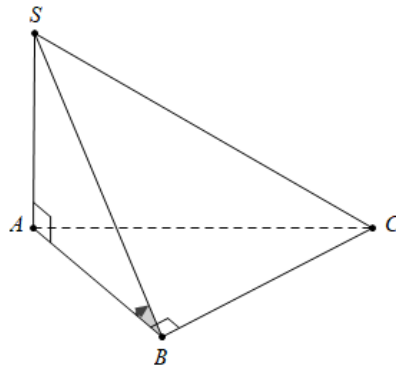
B. 30° .

C. 90° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn D



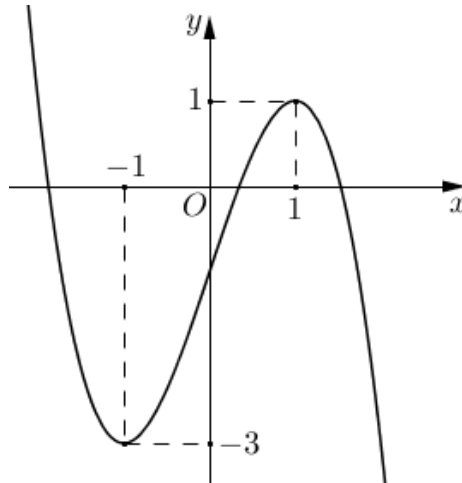
Ta có $BC \perp AB \Rightarrow SB \perp BC$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $\widehat{SBA}$.

Do tam giác SAB vuông cân tại $A \Rightarrow \widehat{SBA} = 45^\circ$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° .

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 2.

B. 5.

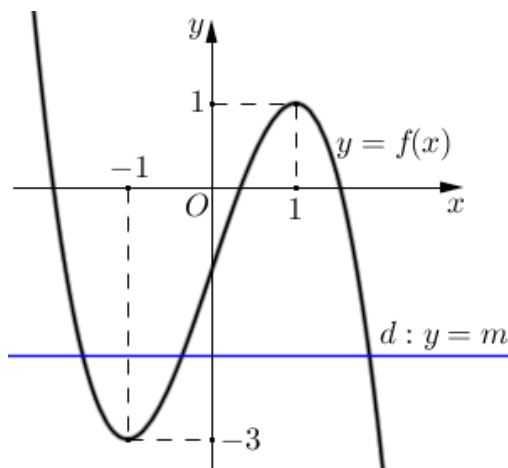
C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = m$.



Dựa vào hình vẽ, ta có:

Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt, tức là $-3 < m < 1$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0\}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2(1-x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) > 0 \Leftrightarrow (x-2)^2(1-x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x > 0 \\ (x-2)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x < 1.$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 33: Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 6 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6 và 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số chẵn bằng

- A. $\frac{9}{35}$. B. $\frac{18}{35}$. C. $\frac{4}{35}$. D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn A

Số cách lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp là: $C_{15}^2 = 105$ cách

Để tổng hai số ghi trên hai quả cầu là số chẵn ta có 2 TH sau:

TH1: Hai quả cầu khác màu cùng đánh số lẻ: $C_3^1 \cdot C_5^1 = 15$ cách

TH2: Hai quả cầu khác màu nhau cùng đánh số chẵn: $C_3^1 \cdot C_4^1 = 12$ cách

$$\text{Vậy xác suất cần tính là: } P = \frac{12+15}{105} = \frac{9}{35}.$$

Câu 34: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\ln^2 x + 2\ln x - 3 = 0$ bằng

- A. $\frac{1}{e^3}$. B. -2 . C. -3 . D. $\frac{1}{e^2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \ln^2 x + 2 \ln x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (\ln x - 1)(\ln x + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = e \\ x = e^{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = e \\ x = e^{-3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{e^2}.$$

Câu 35: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 2i| = 1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là.

- A. $(0; 2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; -2)$. D. $(2; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Từ giả thiết } |z + 2i| = 1 \Rightarrow x^2 + (y + 2)^2 = 1.$$

Do đó tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0; -2)$, bán kính $R = 1$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -1; -1)$ và $N(5; 5; 1)$. Đường thẳng MN có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 5 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = (4; 6; 2) = 2(2; 3; 1).$$

Đường thẳng MN qua $M(1; -1; -1)$ nhận $\overrightarrow{MN} = (2; 3; 1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

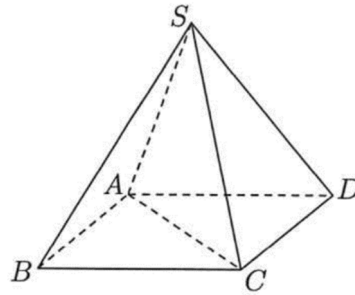
- A. $(1; -2; 3)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(-1; -2; -3)$. D. $(-1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ hình chiếu của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là $(1; 0; 3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1; -2; 3)$

Câu 38: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a , $AC = 2a$ (tham khảo hình bên). Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) .



A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

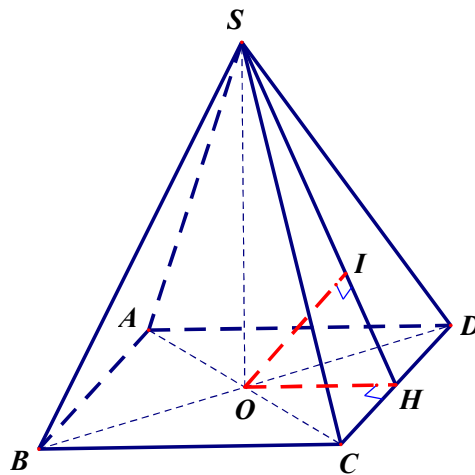
B. $\sqrt{2}a$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Lời giải

Chọn C



- Gọi $O = AC \cap BD$, H là trung điểm CD . Trong (SOH) , kẻ $OI \perp SH$.

$$\text{Có } \begin{cases} CD \perp SO \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOH) \Rightarrow CD \perp OI.$$

Mà $OI \perp SH$ nên $OI \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OI$.

- Vì O là trung điểm BD nên $d(B, (SCD)) = d(O, (SCD)) = 2OI = \frac{2SO \cdot OH}{\sqrt{SO^2 + OH^2}}$.

$$\text{Có } AD = AC \sin 45^\circ = a\sqrt{2}, \quad OH = a \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{2\sqrt{3}}{3}a.$$

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 \frac{x^2 - 16}{343} < \log_7 \frac{x^2 - 16}{27}$?

A. 193.

B. 92.

C. 186.

D. 184.

Lời giải

Chọn D

$$\text{TXĐ: } D = (-\infty; -4) \cup (4; +\infty).$$

Ta có:

$$\begin{aligned}
& \log_3 \frac{x^2 - 16}{343} < \log_7 \frac{x^2 - 16}{27} \\
& \Leftrightarrow \log_3 7 \cdot [\log_7 (x^2 - 16) - 3] < \log_7 (x^2 - 16) - 3 \log_7 3 \\
& \Leftrightarrow (\log_3 7 - 1) \cdot \log_7 (x^2 - 16) < 3 \log_3 7 - 3 \log_7 3 \\
& \Leftrightarrow \log_7 (x^2 - 16) < \frac{3(\log_3 7 - \log_7 3)}{\log_3 7 - 1} \\
& \Leftrightarrow \log_7 (x^2 - 16) < 3(1 + \log_7 3) \\
& \Leftrightarrow \log_7 (x^2 - 16) < \log_7 21^3 \\
& \Leftrightarrow x^2 - 16 < 21^3 \\
& \Leftrightarrow -\sqrt{9277} < x < \sqrt{9277}
\end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện ta có $x \in \{-96; -95; \dots; -5; 5; \dots; 95; 96\}$. Vậy có 184 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4) + G(4) = 4$ và $F(0) + G(0) = 1$. Khi đó $\int_0^2 f(2x) dx$ bằng

- B.** 3. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $G(x) = F(x) + C$

$$\begin{cases} F(4) + G(4) = 4 \\ F(0) + G(0) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2F(4) + C = 4 \\ 2F(0) + C = 1 \end{cases} \Leftrightarrow F(4) - F(0) = \frac{3}{2}.$$

Vậy:

$$\int_0^2 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^4 f(x) dx = \frac{F(4) - F(0)}{2} = \frac{3}{4}.$$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 6x^2 + mx$ có ba điểm cực trị?

- A.** 17. **B.** 15. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = -4x^3 + 12x + m$. Xét phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 12x + m = 0$ (1).

Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (1) phải có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có: (1) $\Leftrightarrow m = 4x^3 - 12x$.

Xét hàm số $g(x) = 4x^3 - 12x$ có $g'(x) = 12x^2 - 12$. Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	8	-8	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi $-8 < m < 8$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-7, -6, -5, \dots, 5, 6, 7\}$.

Vậy có 15 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 42: Xét các số phức z thỏa mãn $|z^2 - 3 - 4i| = 2|z|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của $M^2 + m^2$ bằng

- A. 28. B. $18 + 4\sqrt{6}$. C. 14. D. $11 + 4\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng bất đẳng thức tam giác ta có:

$$2|z| = |z^2 - 3 - 4i| \geq \|z^2\| - \|3 + 4i\| = \|z\|^2 - 5 \quad (\text{vì } |z^2| = |z|^2). \text{ Dấu "}" xảy ra khi } z^2 = k(-3 - 4i).$$

$$\text{Suy ra } 4|z|^2 \geq (|z| - 5)^2 \Leftrightarrow |z|^4 - 14|z|^2 + 25 \leq 0 \Leftrightarrow 7 - 2\sqrt{6} \leq |z|^2 \leq 7 + 2\sqrt{6}.$$

$$\Rightarrow \sqrt{6} - 1 \leq |z| \leq \sqrt{6} + 1$$

Do đó, ta có $M = 1 + \sqrt{6}$ và $m = \sqrt{6} - 1$.

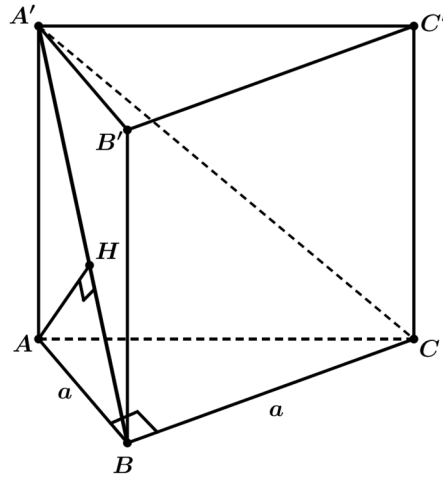
Vậy $M^2 + m^2 = 14$.

Câu 43: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. C. $\sqrt{2}a^3$. D. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AH \perp A'B$, $H \in A'B$.

$$\forall \left. \begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (ABB'A') \Rightarrow BC \perp AH.$$

Ta có $BC \perp AH$, $AH \perp A'B \Rightarrow AH \perp (A'BC)$. Do đó $d(A, (A'BC)) = AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

$$\begin{aligned} \text{Xét tam giác vuông } AA'B \text{ vuông tại } A, \text{ ta có } \frac{1}{AH^2} &= \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow \frac{1}{A'A^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AB^2} \\ \Rightarrow \frac{1}{A'A^2} &= \frac{9}{6a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow A'A = a\sqrt{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot A'A = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + xf'(x) = 4x^3 + 4x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f(x) + x \cdot f'(x) = 4x^3 + 4x + 2 \Leftrightarrow (x)' \cdot f(x) + x \cdot f'(x) = 4x^3 + 4x + 2$$

$$\Leftrightarrow [x \cdot f(x)]' = 4x^3 + 4x + 2 \Leftrightarrow x \cdot f(x) = x^4 + 2x^2 + 2x + C \Leftrightarrow f(x) = \frac{x^4 + 2x^2 + 2x + C}{x}$$

$$\text{Vì do } f(x) \text{ liên tục trên } \mathbb{R} \text{ nên } C = 0. \text{ Do đó } f(x) = x^3 + 2x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $y = f(x)$ và $y = f'(x)$, ta có:

$$x^3 + 2x + 2 = 3x^2 + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \text{ . Vậy diện tích phẳng giới hạn bởi các đường } y = f(x) \text{ và}$$

$$y = f'(x) \text{ là: } S = \int_0^2 |f(x) - f'(x)| dx = \frac{1}{2}$$

Câu 45: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = 2$?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\Delta' = 2m + 2$ TH1: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -1$.Phương trình có hai nghiệm phức, khi đó: $|z_1| = |z_2| = \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{m^2}$.Suy ra: $2\sqrt{m^2} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases} (l)$.TH2: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -1$.Vì $ac = m^2 \geq 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $z_1, z_2 \geq 0$ hoặc $z_1, z_2 \leq 0$.Suy ra: $|z_1| + |z_2| = 2 \Leftrightarrow |z_1 + z_2| = 2 \Leftrightarrow |2m + 2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 0 \end{cases} (l)$.Vậy có 2 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và chứa d . Khoảng cách từ điểm $M(5;-1;3)$ đến (P) bằng

A. 5.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Lấy $B(2;1;1) \in d$ ta có $\overrightarrow{AB} = (2;0;-1)$.Ta có $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{u_d}] = (2;4;4) = 2(1;2;2)$ Mặt phẳng (P) đi qua A và chứa d suy ra $\overrightarrow{n_p} = (1;2;2)$.Phương trình mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 6 = 0$ Vậy $d(M, (P)) = \frac{|x_M + 2y_M + 2z_M - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 1$.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_3(x^2 + y^2 + x) + \log_2(x^2 + y^2) \leq \log_3 x + \log_2(x^2 + y^2 + 24x)?$$

A. 89.

B. 48.

C. 90.

D. 49.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.Ta có: $\log_3(x^2 + y^2 + x) + \log_2(x^2 + y^2) \leq \log_3 x + \log_2(x^2 + y^2 + 24x)$

$$\Leftrightarrow \log_3(x^2 + y^2 + x) - \log_3 x \leq \log_2(x^2 + y^2 + 24x) - \log_2(x^2 + y^2)$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{x^2 + y^2 + x}{x}\right) \leq \log_2\left(\frac{x^2 + y^2 + 24x}{x^2 + y^2}\right) \Leftrightarrow \log_3\left(1 + \frac{x^2 + y^2}{x}\right) \leq \log_2\left(1 + \frac{24x}{x^2 + y^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{x^2 + y^2}{x} + 1 \right) - \log_2 \left(1 + \frac{24x}{x^2 + y^2} \right) \leq 0.$$

Đặt: $t = \frac{x^2 + y^2}{x}$ ($t > 0$), bất phương trình trở thành: $\log_3(1+t) - \log_2 \left(1 + \frac{24}{t} \right) \leq 0$ (1).

Xét hàm số $f(t) = \log_3(1+t) - \log_2 \left(1 + \frac{24}{t} \right)$ có $f'(t) = \frac{1}{(1+t)\ln 3} + \frac{24}{(t^2 + 24t)\ln 2} > 0, \forall t > 0$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có $f(8) = \log_3(1+8) - \log_2 \left(1 + \frac{24}{8} \right) = 0$

Từ đó suy ra: (1) $\Leftrightarrow f(t) \leq f(8) \Leftrightarrow t \leq 8 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{x} \leq 8 \Leftrightarrow (x-4)^2 + y^2 \leq 16$.

Đếm các cặp giá trị nguyên của $(x; y)$

Ta có: $(x-4)^2 \leq 16 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 8$, mà $x > 0$ nên $0 < x \leq 8$.

Với $x = 1, x = 7 \Rightarrow y = \{\pm 2; \pm 1; 0\}$ nên có 10 cặp.

Với $x = 2, x = 6 \Rightarrow y = \{\pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$ nên có 14 cặp.

Với $x = 3, x = 5 \Rightarrow y = \{\pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$ nên có 14 cặp.

Với $x = 4 \Rightarrow y = \{\pm 4; \pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$ nên có 9 cặp.

Với $x = 8 \Rightarrow y = 0$ có 1 cặp.

Vậy có 48 cặp giá trị nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 48: Cho khối nón có đỉnh S , chiều cao bằng 8 và thể tích bằng $\frac{800\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 12$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $8\sqrt{2}$.

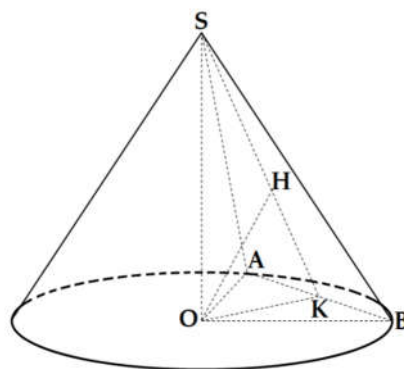
B. $\frac{24}{5}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. $\frac{5}{24}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O, R lần lượt là tâm và bán kính đáy của khối nón, K, H lần lượt là hình chiếu của O lên AB, SK . Khi đó khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng OH .

Ta có: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot h \Rightarrow R^2 = \frac{3V}{\pi \cdot h} = \frac{3 \cdot \frac{800\pi}{3}}{\pi \cdot 8} = 100 \Rightarrow R = 10$

Trong tam giác vuông OBK có: $OK = \sqrt{OB^2 - BK^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

Trong tam giác vuông SOK có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{8^2} + \frac{1}{8^2} = \frac{2}{8^2} \Rightarrow OH = 4\sqrt{2}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;10), B(3;4;6)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho tam giác OAM không có góc tù và có diện tích bằng 15. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(4;5)$.

B. $(3;4)$.

C. $(2;3)$.

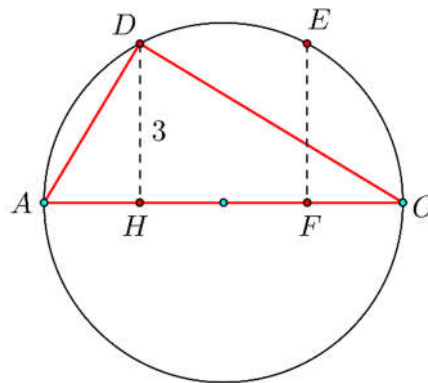
D. $(6;7)$.

Lời giải

Chọn B

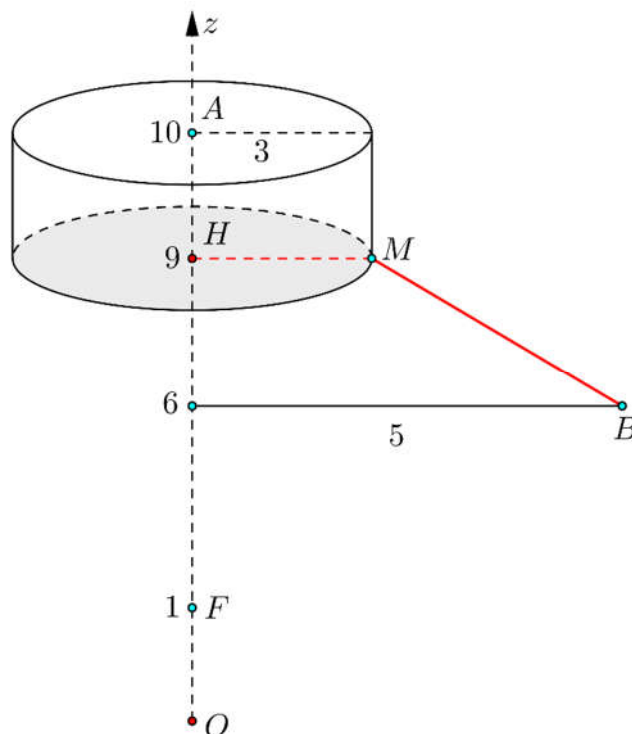
Ta có: $S_{OAM} = \frac{1}{2} OA \cdot d(M; OA) = 15 \Rightarrow d(M; OA) = 3$.

Suy ra: M di động trên mặt trụ, bán kính bằng 3, trục là OA .



Xét điểm D như hình vẽ, $\begin{cases} HA \cdot HO = HD^2 = 9 \\ HA + HO = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HA = 1 \\ HO = 9 \end{cases}$.

Vì $\widehat{AMO} \leq 90^\circ$ nên giới hạn của M là hai mặt trụ với trục AH và FO .



Vì hình chiếu của B cách H gần hơn nên $BM_{\min} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-10; +\infty)$ để hàm số $y = |x^3 + (a+2)x + 9 - a^2|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 12.

B. 11.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Xét $f(x) = x^3 + (a+2)x + 9 - a^2$

$$f'(x) = 3x^2 + a + 2$$

Để $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$

$$\text{TH1: } \begin{cases} f'(x) \geq 0, \forall x \in (0;1) \\ f(0) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + a + 2 \geq 0, \forall x \in (0;1) \\ 9 - a^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \underset{(0;1)}{\text{Max}}(-3x^2 - 2) \\ 9 - a^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ -3 \leq a \leq 3 \end{cases} \Rightarrow a \in [-2; 3]$$

$a = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\} \rightarrow 6$ giá trị

$$\text{TH2: } \begin{cases} f'(x) \leq 0, \forall x \in (0;1) \\ f(0) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + a + 2 \leq 0, \forall x \in (0;1) \\ 9 - a^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq \underset{(0;1)}{\text{Min}}(-3x^2 - 2) \\ 9 - a^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq -5 \\ \begin{cases} a \geq 3 \\ a \leq -3 \end{cases} \Rightarrow a \leq -5 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện bài toán $a = \{-9; -8; -7; -6; -5\} \rightarrow 5$ giá trị

Vậy có 11 giá trị thoả mãn.